Agnieszka Kamińska
Dorota Ponczek

Plan wynikowy

MATeMAtyka 4

Zakres podstawowy

****

© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.

Warszawa 2022

Oznaczenia:

K – wymagania konieczne; P – wymagania podstawowe; R – wymagania rozszerzające; D – wymagania dopełniające; W – wymagania wykraczające

| Temat lekcji | Zakres treści | Osiągnięcia ucznia | Poziom wymagań | Liczba godzin |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA** | **22** |
| 1. Reguła mnożenia | * reguła mnożenia
* prezentacja wyników doświadczenia za pomocą drzewa
 | Uczeń: * wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia
* stosuje regułę mnożenia do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek
* przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wszystkich możliwych wyników danego doświadczenia
 | K–PK–RP–R | 1 |
| 2. Permutacje  | * definicja permutacji
* definicja symbolu
* liczba permutacji zbioru *n*-elementowego
 | Uczeń:* wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru
* oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru
* przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni
* wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań
 | PP–R PP–D | 2 |
| 3. Wariacje bez powtórzeń | * definicja wariacji bez powtórzeń
* liczba *k*-elementowych wariacji bez powtórzeń zbioru *n*-elementowego
 | Uczeń:* oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń
* wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań
 | RP–D  | 1 |
| 4. Wariacje z powtórzeniami | * definicja wariacji z powtórzeniami
* liczba *k*-elementowychwariacji z powtórzeniami zbioru *n*-elementowego
 | Uczeń:* oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami
* wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań
 | P–RP–D  | 2 |
| 5. Reguła dodawania | * reguła dodawania
 | Uczeń:* stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek
* wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań
 | K–R P–D | 2 |
| 6. Zdarzenia losowe  | * pojęcie zdarzenia elementarnego
* pojęcie przestrzeni (zbioru) zdarzeń elementarnych
* pojęcie zdarzenia losowego
* wyniki sprzyjające zdarzeniu losowemu
* zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe
* suma, iloczyn i różnica zdarzeń losowych
* zdarzenia wykluczające się
* zdarzenie przeciwne
 | Uczeń:* określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia
* podaje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu
* określa zdarzenie niemożliwe i zdarzenie pewne
* wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych
* wypisuje pary zdarzeń przeciwnych i pary zdarzeń wykluczających się
 | K–PK–PK–P R–DP–P | 1 |
| 7. Prawdopodobieństwo klasyczne  | * pojęcie prawdopodobieństwa
* klasyczna definicja prawdopodobieństwa
 | Uczeń:* oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa
* stosuje regułę mnożenia, regułę dodawania, permutacje i wariacje do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń
 | K–DK–D | 2 |
| 8. Prawdopodobieństwo klasyczne – zadania |  | Uczeń:* oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa
 | K–D  | 2 |
| 9. Rozkład prawdopodobieństwa | * rozkład prawdopodobieństwa
* prawdopodobieństwo zdarzenia jako suma prawdopodobieństw zdarzeń elementarnych
 | Uczeń:* podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutów kostką lub monetą (symetryczną i niesymetryczną)
 | K–P | 1 |
| 10. Własności prawdopodobieństwa | * własności prawdopodobieństwa: 1.

2. *P*($∅$) = 0, 3. Jeżeli 4. * inne własności prawdopodobieństwa:

1. Jeżeli , to2. dla dowolnych zdarzeń wykluczających się.3. Jeżeli, to  | Uczeń:* oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
* stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń
* sprawdza, czy zdarzenia się wykluczają
* stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń oraz w zadaniach wykorzystujących własności prawdopodobieństwa
 | KP–RP–RD–W | 2 |
| 11. Wartość oczekiwana zmiennej losowej | * definicja zmiennej losowej
* definicja rozkładu zmiennej losowej
* definicja wartości oczekiwanej
* definicja gry sprawiedliwej
 | Uczeń:* przedstawia za pomocą tabeli rozkład zmiennej losowej
* oblicza wartość oczekiwaną gry
* rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa
 | K–PPR | 1 |
| 12. Powtórzenie wiadomości13. Praca klasowa i jej omówienie |  |  |  | 5 |
|  **2. Graniastosłupy i ostrosłupy** | **22** |
| 1. Proste i płaszczyzny w przestrzeni | * wzajemne położenie dwóch płaszczyzn
* wzajemne położenie dwóch prostych
* proste skośne
* prostopadłość prostych w przestrzeni
* wzajemne położenie prostej i płaszczyzny
* rzut prostokątny na płaszczyznę
* twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny
 | Uczeń:* przedstawia graniastosłupy na rysunkach
* wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne
* wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę
* przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni
 | KKK–PR–D | 1 |
| 2. Graniastosłupy | * graniastosłup prosty i graniastosłup pochyły
* powierzchnia boczna graniastosłupa
* wysokość graniastosłupa
* prostopadłościan
* graniastosłup prawidłowy
* pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa
* siatki sześcianu
 | Uczeń:* przedstawia graniastosłupy na rysunkach
* określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi graniastosłupa
* sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi
* wskazuje elementy charakteryzujące graniastosłup
* oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prostego
* rysuje siatkę graniastosłupa prostego
* stosuje wzory na pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej do rozwiązywania zadań
 | KKK–PKP–RKP–R | 2 |
| 3. Odcinki w graniastosłupach | * przekątna graniastosłupa
* długość przekątnej prostopadłościanu
 | Uczeń:* oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego (również z wykorzystaniem trygonometrii)
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczanie pola powierzchni graniastosłupa
* uzasadnia prawdziwość wzorów dotyczących przekątnych prostopadłościanów
 | K–PP–D D–W | 2 |
| 4. Objętość graniastosłupa | * wzór na objętość graniastosłupa
 | Uczeń:* oblicza objętość graniastosłupa prostego
* rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące graniastosłupów
 | K–PD–W | 1 |
| 5. Ostrosłupy | * ostrosłup prosty
* ostrosłup prawidłowy
* wysokość ostrosłupa, spodek wysokości
* kąt płaski przy wierzchołku ostrosłupa prawidłowego
* czworościan foremny
* pole powierzchni ostrosłupa
 | Uczeń:* przedstawia ostrosłupy na rysunkach
* wskazuje elementy charakteryzujące ostrosłup
* oblicza pole powierzchni ostrosłupa, mając daną jego siatkę
* rysuje siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment
* oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej ostrosłupa
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni ostrosłupa
 | KKK–PK–PK–PK–R | 2 |
| 6. Objętość ostrosłupa | * wzór na objętość ostrosłupa
* wzór na wysokość i objętość czworościanu foremnego
 | Uczeń:* oblicza objętość ostrosłupa prawidłowego
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości ostrosłupa
* rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ostrosłupów
 | K–PP–DD–W | 2 |
| 7. Kąt między prostą a płaszczyzną | * pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną
 | Uczeń:* wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w graniastosłupie a płaszczyzną jego podstawy lub ścianą boczną
* wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy
* rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii)
 | K–RK–RP–D | 2 |
| 8. Kąt dwuścienny | * pojęcie kąta dwuściennego
* miara kąta dwuściennego
 | Uczeń:* wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów
* wyznacza kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów
* rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego
 | KP–DP–D | 2 |
| 9. Przekroje prostopadłościanów | * różne przekroje prostopadłościanu
 | Uczeń:* wskazuje przekroje prostopadłościanu
* oblicza pole danego przekroju (również z wykorzystaniem trygonometrii)
* rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów prostopadłościanu (również z wykorzystaniem trygonometrii)
 | P–RDD–W | 2 |
| 10. Powtórzenie wiadomości 11. Praca klasowa i jej omówienie |  |  |  | 6 |

| Temat lekcji | Zakres treści | Osiągnięcia ucznia | Poziom wymagań | Liczba godzin |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **3. BRYŁY OBROTOWE** | **12** |
| 1. Walec | * pojęcie walca
* podstawa, wysokość oraz tworząca walca
* wzór na pole powierzchni całkowitej walca
* przekrój osiowy walca
* wzór na objętość walca
 | Uczeń:* wskazuje elementy charakteryzujące walec
* zaznacza przekrój osiowy walca
* oblicza pole powierzchni całkowitej walca
* oblicza objętość walca
* rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości walca
* rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące walca
 | KKK–RK–RP–R P–DD–W | 2 |
| 2. Stożek | * pojęcie stożka
* podstawa, wierzchołek, wysokość oraz tworząca stożka
* wzór na pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej stożka
* przekrój osiowy stożka
* kąt rozwarcia stożka
* wzór na objętość stożka
 | Uczeń:* wskazuje elementy charakteryzujące stożek
* zaznacza przekrój osiowy stożka i kąt rozwarcia stożka
* oblicza pole powierzchni całkowitej stożka
* oblicza objętość stożka
* rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej stożka
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości stożka
* rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące stożka
 | KKK–RK–RP–DP–DD–W | 2 |
| 3. Kula | * kula i sfera
* przekroje kuli, koło wielkie
* pojęcie płaszczyzny stycznej do kuli
* wzór na pole powierzchni kuli
* wzór na objętość kuli
 | Uczeń:* wskazuje elementy charakteryzujące kulę i sferę
* zaznacza przekroje kuli
* oblicza pole powierzchni kuli i jej objętość
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości kuli
* rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące kuli
 | K–PKK–RP–DD–W | 2 |
| 4. Bryły podobne | * bryły podobne
* skala podobieństwa brył podobnych
 | Uczeń:* wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych
* wykorzystuje podobieństwo brył do rozwiązywania zadań i skalę podobieństwa brył podobnych
 | PP–D | 2 |
| 5. Powtórzenie wiadomości 6. Praca klasowa i jej omówienie |  |  |  | 4 |
| **4. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE** | **9** |
| 1. Dowody w algebrze (1) | * budowa twierdzenia
* implikacja: poprzednik, następnik; założenie i teza twierdzenia
* twierdzenia dotyczące własności liczb całkowitych
* twierdzenia dotyczące wyrażeń algebraicznych
 | Uczeń:* dowodzi własności liczb całkowitych, zapisanych za pomocą potęg lub wyrażeń algebraicznych, np. podzielności
 | P–D | 2 |
| 2. Dowody w algebrze (2) | * dowód metodą równoważnego przekształcania tezy
* zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną
 | Uczeń:* stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy do uzasadnienia własności wyrażeń algebraicznych
* dowodzi prawdziwości nierówności, wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną
 | P–D K–D | 2 |
| 3. Dowody nie wprost | * dowodzenie nie wprost
 | Uczeń:* uzasadnia niewymierność liczby, stosując dowód nie wprost
 | K–D | 1 |
| 4. Dowody w geometrii (1) | * cechy przystawania trójkątów
 | Uczeń:* podaje założenie i tezę twierdzenia geometrycznego
* wykorzystuje przystawanie trójkątów do dowodzenia twierdzeń
 | KP­–D | 2 |
| 5. Dowody w geometrii (2) | * cechy podobieństwa trójkątów
* twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie
 | Uczeń:* wykorzystuje podobieństwo trójkątów do dowodzenia twierdzeń
* dowodzi własności odcinków w trójkącie prostokątnym
* wykorzystuje związki miarowe w trójkątach do dowodzenia twierdzeń
 | P­–DP–D P­–D | 2 |
| **5. Powtórzenie przed maturą** | **47** |
|  |  |  | **Razem** | **112** |