Agnieszka Kamińska
Dorota Ponczek

Plan wynikowy

MATeMAtyka 3

Zakres podstawowy



© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.

Warszawa 2021

Oznaczenia:

K – wymagania konieczne; P – wymagania podstawowe; R – wymagania rozszerzające; D – wymagania dopełniające; W – wymagania wykraczające

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Temat lekcji | Zakres treści | Osiągnięcia ucznia | Poziom wymagań | Liczba godzin |
| **1. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA** | **25** |
| 1. Potęga o wykładniku wymiernym – powtórzenie | * definicja potęgi o wykładniku liczby nieujemnej
* definicja potęgi o wykładniku wymiernym liczby dodatniej
* prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych
 | Uczeń:* zapisuje pierwiastek *n*-tego stopnia w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku
* oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
* zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
 | KKK–P | 2 |
| 2. Potęga o wykładniku rzeczywistym | * poglądowe określenie potęgi liczby dodatniej o wykładniku rzeczywistym
* twierdzenia o działaniach na potęgach o wykładnikach rzeczywistych
 | Uczeń:* zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku rzeczywistym
* upraszcza wyrażenia, stosując twierdzenia o działaniach na potęgach, i oblicza ich wartość
* szacuje wartości potęg o wykładnikach rzeczywistych
* stosuje w zadaniach twierdzenie o działaniach na potęgach
 | KP–RP–RP–D | 1 |
| 3. Funkcja wykładnicza | * definicja funkcji wykładniczej
* wykres funkcji wykładniczej
* własności funkcji wykładniczej
 | Uczeń:* oblicza wartości danej funkcji wykładniczej dla podanych argumentów
* sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej
* szkicuje wykres funkcji wykładniczej i określa jej własności
* porównuje liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej
* wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do jej wykresu oraz szkicuje ten wykres
 | KKK–PP–RP | 2 |
| 4. Przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej  | * przesunięcie wykresu funkcji wykładniczej wzdłuż osi układu współrzędnych
* przekształcenie wykresu funkcji wykładniczej przez symetrię względem osi układu współrzędnych
 | Uczeń:* szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji wykładniczej wzdłuż osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
* szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych wykresu odpowiedniej funkcji wykładniczej, i podaje jej własności
* szkicuje wykres funkcji, stosując złożenia przekształceń: przesunięcia wzdłuż osi układu współrzędnych i symetrię względem osi *OX*, i podaje ich własności
* wyznacza wartość współczynnika, dla której wykres danej funkcji przechodzi przez podany punkt
* odczytuje z wykresu funkcji wykładniczej zbiór rozwiązań nierówności
* wyjaśnia, jak należy przekształcić wykres funkcji, aby otrzymać wykres innej funkcji
 | K–PK–PP–RPP–RP–R | 2 |
| 5. Logarytm | * definicja logarytmu
* własności logarytmu:  , gdzie: , ,
 | Uczeń:* oblicza logarytm danej liczby
* stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do obliczania jego wartości
* wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu; podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej
* udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby, np.
 | K–PP–RP–RD | 2 |
| 6. Logarytm dziesiętny | * pojęcie logarytmu dziesiętnego
 | Uczeń:* odczytuje z tablic przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych
* oblicza wartości wyrażeń, stosując własności logarytmu, w szczególności logarytmu dziesiętnego
 | KK–P | 1 |
| 7. Logarytm iloczynu i logarytm ilorazu | * twierdzenia o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu
 | Uczeń:* stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami
* stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu do uzasadniania równości wyrażeń
* udowadnia twierdzenia o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu
 | K–RP–RW | 2 |
| 8. Logarytm potęgi | * twierdzenie o logarytmie potęgi
 | Uczeń:* stosuje twierdzenie o logarytmie potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami
* stosuje twierdzenie o logarytmie potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
* udowadnia twierdzenie o logarytmie potęgi
 | K–RR–DW | 2 |
| 9. Funkcja logarytmiczna | * definicja funkcji logarytmicznej
* wykres funkcji logarytmicznej
* własności funkcji logarytmicznej
 | Uczeń:* szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności
* wyznacza wzór funkcji logarytmicznej, gdy dane są współrzędne punktu należącego do jej wykresu
* wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie
* odczytuje z wykresu funkcji logarytmicznej zbiór rozwiązań nierówności
* rozwiązuje zadania dotyczące monotoniczności funkcji logarytmicznej, w tym zadania z parametrem
 | KPPP–RR–D | 2 |
| 10. Przekształcenia wykresu funkcji logarytmicznej | * przesunięcie wykresu funkcji logarytmicznej wzdłuż osi układu współrzędnych
* przekształcenie wykresu funkcji logarytmicznej przez symetrię względem osi układu współrzędnych
 | Uczeń:* szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji logarytmicznej wzdłuż osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
* szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych wykresu odpowiedniej funkcji logarytmicznej, i podaje jej własności
* szkicuje wykres funkcji, stosując złożenia przekształceń: przesunięcia wzdłuż osi układu współrzędnych i symetrię względem osi *OY*, i określa jej własności
 | K–PK–PP–R | 2 |
| 11. Funkcje wykładnicza i  logarytmiczna – zastosowania | * wzrost wykładniczy
* rozpad promieniotwórczy
 | Uczeń:* wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego
 | P–D | 2 |
| 12. Powtórzenie wiadomości13. Praca klasowa i jej omówienie |  |  |  | 5 |
| **2. GEOMETRIA ANALITYCZNA** | **25** |
| 1. Odległość między punktami w układzie współrzędnych | * wzór na odległość między punktami w układzie współrzędnych
 | Uczeń:* oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych
* stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
 | KP–D | 2 |
| 2. Środek odcinka | * wzór na współrzędne środka odcinka
 | Uczeń:* wyznacza współrzędne środka odcinka, jeśli dane są współrzędne jego końców
* wyznacza współrzędne jednego z końców odcinka, gdy dane są współrzędne jego środka i drugiego końca
* stosuje wzór na środek odcinka w zadaniach dotyczących własności wielokątów w układzie współrzędnych
 | KPP–D | 2 |
| 3.Odległość punktu od prostej | * wzór na odległość punktu od prostej
 | Uczeń:* oblicza odległość punktu od prostej
* oblicza odległość między prostymi równoległymi
* stosuje wzór na odległość punktu od prostej do obliczania pól wielokątów
 | KPP–D | 2 |
| 4. Okrąg w układzie współrzędnych (1) | * równanie okręgu o środku w początku układu współrzędnych
* równanie okręgu w postaci kanonicznej
 | Uczeń:* podaje równanie okręgu o danych środku i  promieniu
* sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu
* podaje współrzędne środka i promień okręgu, korzystając z postaci kanonicznej równania okręgu
* wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt
* wyznacza równanie okręgu, jeśli dane są współrzędne końców jego średnicy
* wyznacza równanie okręgu wpisanego w kwadrat i opisanego na kwadracie, prostokącie lub trójkącie prostokątnym
* stosuje równanie okręgu w zadaniach
 | K–PK–PKPPR–DR–D | 2 |
| 5. Okrąg w układzie współrzędnych (2) | * równanie okręgu w postaci kanonicznej
 | Uczeń:* wyznacza równanie okręgu spełniającego podane warunki
 | P–D | 1 |
| 6.Wzajemne położenie dwóch okręgów  | * okręgi: styczne, przecinające się i rozłączne
 | Uczeń:* określa liczbę punktów wspólnych dwóch okręgów
* określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami
* oblicza promień okręgu o danym środku, znając jego położenie względem okręgu opisanego równaniem
 | RRR  | 2 |
| 7. Wzajemne położenie okręgu i prostej | * styczna do okręgu
* sieczna okręgu
 | Uczeń:* podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z jego promieniem
* korzysta z własności stycznej do okręgu
* podaje równania stycznych do okręgu, równoległych do osi układu współrzędnych
 | PP – RP  | 1 |
| 8. Układy równań – powtórzenie | * interpretacja geometryczna rozwiązania układu równań
 | Uczeń:* rozwiązuje algebraicznie układ równań i podaje interpretację geometryczną rozwiązania
* wyznacza punkty wspólne prostej i paraboli; podaje interpretację geometryczną rozwiązania
 | K – R P – R  | 2 |
| 9. Punkty wspólne prostej i okręgu (1) | * rozwiązanie algebraiczne i interpretacja geometryczna rozwiązania układu równań, z których jedno jest równaniem okręgu o środku w początku układu współrzędnych, a drugie ‒ równaniem prostej
 | Uczeń:* rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, z których jedno opisuje prostą, a drugie – okrąg o środku w początku układu współrzędnych
* rozwiązuje zadania dotyczące wielokątów wpisanych w dany okrąg
 | P – R P – R | 1 |
| 10. Punkty wspólne prostej i okręgu (2) | * rozwiązanie algebraiczne i interpretacja geometryczna rozwiązania układu równań, z których jedno jest równaniem okręgu, a drugie ‒ równaniem prostej
 | Uczeń:* rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których jedno jest równaniem okręgu, a drugie – równaniem prostej
* stosuje układy równań do rozwiązywania zadań dotyczących okręgów i wielokątów
 | P – RP – D | 2 |
| 11. Symetria osiowa | * definicja symetrii osiowej
* figury osiowosymetryczne
* symetria względem osi układu współrzędnych
 | Uczeń:* wskazuje figury osiowosymetryczne i podaje liczbę ich osi symetrii
* znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem osi układu współrzędnych
* szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem jednej z osi układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków
* podaje równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem jednej z osi układu współrzędnych
* sprawdza, czy odcinki są symetryczne względem osi układu współrzędnych
* stosuje własności symetrii osiowej w zadaniach
 | KKK– P K– P P– R P– D  | 2 |
| 12. Symetria środkowa | * definicja symetrii środkowej
* figury środkowosymetryczne
* symetria względem początku układu współrzędnych
 | Uczeń:* wskazuje figury środkowosymetryczne
* znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem początku układu współrzędnych
* szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem początku układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków
* podaje równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem początku układu współrzędnych
* stosuje w zadaniach własności symetrii środkowej
 | KKK – P K – PP– D  | 2 |
| 13. Powtórzenie wiadomości14. Praca klasowa i jej omówienie |  |  |  | 4 |
| **3. CIĄGI** | **25** |
| 1. Pojęcie ciągu | * definicja ciągu
* ciąg liczbowy
* wykres ciągu
* wyraz ciągu
 | Uczeń:* wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
* wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
* szkicuje wykres ciągu
 | K–PK–PK–P | 1 |
| 2. Sposoby określania ciągu | * sposoby określania ciągu
* wzór ogólny ciągu
 | Uczeń:* wyznacza wzór ogólny ciągu, jeśli danych jest kilka jego początkowych wyrazów
* wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym
* wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek
* wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki
 | PK–PP–RR–D | 2 |
| 3. Ciągi monotoniczne | * definicje ciągów: rosnącego, malejącego, stałego, niemalejącego i nierosnącego
 | Uczeń:* podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki
* uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny
* wyznacza wyraz ciągu określonego wzorem ogólnym
* bada monotoniczność ciągu, korzystając z jego definicji
* wyznacza wartość parametru zawartego we wzorze ciągu tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym
 | K–PK–PK–PP–RR–D | 2 |
| 4. Ciągi określone rekurencyjnie | * określenie rekurencyjne ciągu
 | Uczeń:* wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie
* wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, jeśli dany jest jego wzór ogólny
* rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
 | K–PP–RR–D | 1 |
| 5. Ciąg arytmetyczny (1) | * definicje ciągu arytmetycznego i jego różnicy
* wzór ogólny ciągu arytmetycznego
* monotoniczność ciągu arytmetycznego
* własności ciągu arytmetycznego
 | Uczeń:* podaje przykłady ciągów arytmetycznych
* wyznacza wskazane wyrazy ciągu arytmetycznego, jeśli dane są jego pierwszy wyraz i różnica
* określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
* wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, jeśli dane są dowolne dwa jego wyrazy
* stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów tego ciągu
* wyznacza wartości niewiadomych, tak aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny
* stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego
 | KK–PK–PPP–RP–RP–D | 2 |
| 6. Ciąg arytmetyczny (2) | * zastosowanie własności ciągu arytmetycznego w zadaniach
 | Uczeń:* udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym
* udowadnia, że ciąg jest ciągiem arytmetycznym wtedy i tylko wtedy, gdy jego wykres jest zawarty w pewnej prostej
* stosuje własności ciągu arytmetycznego w zadaniach różnego typu
 | P–RDP–D | 1 |
| 7. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (1) | * wzory na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
 | Uczeń:* oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
* stosuje wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego w zadaniach różnego typu, w tym tekstowych
 | K–PP–R | 2 |
| 8. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (2) | * zastosowanie wzorów na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
 | Uczeń:* rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego
* uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
* bada monotoniczność ciągu, korzystając ze wzoru na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
 | P–RR–DR–D | 1 |
| 9. Ciąg geometryczny (1) | * definicje ciągu geometrycznego i jego ilorazu
* wzór ogólny ciągu geometrycznego
* własności ciągu geometrycznego
 | Uczeń:* podaje przykłady ciągów geometrycznych
* wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
* wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dowolne dwa jego wyrazy
* wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny
 | KK–PPP–R | 2 |
| 10. Ciąg geometryczny (2) | * monotoniczność ciągu geometrycznego
* pojęcie średniej geometrycznej
 | Uczeń:* określa monotoniczność ciągu geometrycznego
* udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem geometrycznym
* stosuje w zadaniach związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego
* stosuje własności ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu
 | K-PP–DP–RP–D | 1 |
| 11. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego | * wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
 | Uczeń:* oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
* stosuje wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu
 | K–PP–R | 2 |
| 12. Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania | * własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego
 | Uczeń: * stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego
 | P–D | 2 |
| 13. Procent składany | * procent składany
* kapitalizacja odsetek, okres kapitalizacji
* stopy procentowe nominalna i efektywna
 | Uczeń:* oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji
* oblicza wysokość kapitału na lokacie systematycznego oszczędzania
* oblicza oprocentowanie lokaty
* ustala okres oszczędzania
* rozwiązuje zadania związane z kredytami
 | K–PR–DP–RP–RR–D | 2 |
| 14. Powtórzenie wiadomości15. Praca klasowa i jej omówienie |  |  |  | 4 |
| **4. STATYSTYKA** | **9** |
| 1. Średnia arytmetyczna | * pojęcie średniej arytmetycznej
 | Uczeń:* oblicza średnią arytmetyczną zestawu danych
* oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób
* wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną
 | KK–RP–D | 2 |
| 2. Mediana, skala centylowa i dominanta | * pojęcie mediany
* pojęcie skali centylowej
* pojęcie dominanty
 | Uczeń:* wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
* odczytuje informacje ze skali centylowej
* wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób
* wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę
 | KP–RK–RP–D | 1 |
| 3. Odchylenie standardowe | * pojęcie wariancji
* pojęcie odchylenia standardowego
 | Uczeń:* oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych
* oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami
 | K–PP–D | 2 |
| 4. Średnia ważona | * pojęcie średniej ważonej
 | Uczeń:* oblicza średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami
* stosuje w zadaniach średnią ważoną
 | K–PP–D | 1 |
| 5. Powtórzenie wiadomości 6. Praca klasowa i jej omówienie |  |  |  | 3 |
| **Godziny do dyspozycji nauczyciela** | **6** |
|  |  |  | **Razem** | 90 |